

Vorlesung Statistik

Übungsblatt - 7

Aufgabe 1)

Eine Fabrik stellt Koffer für Flugreisen her, deren Gewicht normalverteilt ist mit $\mu = 3,1\text{kg}$ und $\sigma = 0,3\text{kg}$.

- Wie viele der 1000 Koffer einer Tagesproduktion wiegen im Durchschnitt aller Tage höchstens 2,5kg?
- Wie viele der 1000 Koffer einer Tagesproduktion wiegen im Durchschnitt aller Tage mehr als 3,7kg?

Aufgabe 2)

Bei bestimmten Schrauben weiß man aus Erfahrung, dass von den produzierten Stücken im Durchschnitt 4% Ausschuss sind. Aus der sehr großen Tagesproduktion werden zufällig 5000 Schrauben entnommen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in dieser Auswahl 100-500 fehlerhafte Schrauben zu finden?

Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man 180-220 fehlerhafte Schrauben?

Aufgabe 3)

Langjährige Erfahrung ergab bei einer bestimmten Glühlampenart, dass deren Brenndauer normalverteilt ist mit einer Standardabweichung $\sigma = 250$ Stunden. Zur Qualitätskontrolle wird eine Stichprobe vom Umfang

- $n = 100$,
- $n = 400$,
- $n = 900$

aus der sehr großen laufenden Produktion gezogen, die jeweils eine durchschnittliche Brenndauer der geprüften Lampen von 900 Stunden erbrachte. In welchen Grenzen wird sich mit 90%iger Wahrscheinlichkeit die durchschnittliche Brenndauer aller Glühlampen der gesamten Produktion befinden?

Aufgabe 4)

Ein schwierig zu justierendes Papierschneidegerät schneidet von einem durchlaufenden Papierband Stücke ab, die eine bestimmte Länge μ haben sollen. Auch bei fest gewählter Einstellung können zufällige Schwankungen in der Länge der abgeschnittenen Papierstücke auftreten. Aufgrund langer Erfahrung sieht man diese Schwankungen als normalverteilt an mit $\mu = 0\text{mm}$ und $\sigma = 2,4\text{mm}$. Aus der laufenden Produktion werden zufällig 9 Stücke entnommen und ihre Länge gemessen. Dabei ergaben sich folgende Werte:

184,2 182,6 185,3 184,5 186,2 183,9 185,0 187,1 184,4 [mm]

- Zum Konfidenzniveau 0,99 soll eine Intervall-Schätzung für den Erwartungswert μ durchgeführt werden.
- Wie groß müsste der Stichprobenumfang n mindestens sein, damit man ein Konfidenzintervall von höchstens 3mm Länge erhält?

Lösung

Aufgabe 1)

$$a) P(X \leq 2,5) = N_{\mu,\sigma}(2,5) = N_{0,1}\left(\frac{2,5 - \mu}{\sigma}\right) = N_{0,1}(-2) = 0,0228$$

→ 22,8 Koffer

$$b) P(X \geq 3,7) = 1 - N_{\mu,\sigma}(3,7) = 1 - N_{0,1}\left(\frac{3,7 - \mu}{\sigma}\right) = 1 - N_{0,1}(2) = 1 - 0,9772 = 0,0228$$

→ 22,8 Koffer

Aufgabe 2)

Binomialverteilung mit $p=0,04$; $n=5.000$

X = Anzahl der fehlerhaften Schrauben

$$P(100 \leq X \leq 500) = B_{5000;0,04}(500) - B_{5000;0,04}(100) \approx N_{0,1}\left(\frac{500 - 200}{13,8564}\right) - N_{0,1}\left(\frac{100 - 200}{13,8564}\right) = N_{0,1}(21,65) - N_{0,1}(-7,217) \approx 1,0$$

$$P(180 \leq X \leq 220) = B_{5000;0,04}(220) - B_{5000;0,04}(180) \approx N_{0,1}\left(\frac{20}{13,8564}\right) - N_{0,1}\left(\frac{-20}{13,8564}\right) = 0,9251 - 0,0749 = 0,8502$$

Aufgabe 3)

$$1 - \alpha = 0,95; \alpha = 0,05; 1 - \alpha/2 = 0,975; c = 1,96$$

$$a) b = \frac{\sigma \cdot c}{\sqrt{n}} = \frac{250 \cdot 1,96}{10} = 49$$

Schätzintervall: [851 ; 949]

$$b) b = \frac{\sigma \cdot c}{\sqrt{n}} = \frac{250 \cdot 1,96}{20} = 24,5$$

Schätzintervall: [875,5 ; 924,5]

$$c) b = \frac{\sigma \cdot c}{\sqrt{n}} = \frac{250 \cdot 1,96}{30} = 16,33$$

Schätzintervall: [883,7 ; 916,3]

Aufgabe 4)

$$1 - \alpha = 0,99; \alpha = 0,01; 1 - \alpha/2 = 0,995; c = 2,575 \quad \bar{x} = 184,8$$

$$a) b = \frac{\sigma \cdot c}{\sqrt{n}} = \frac{2,4 \cdot 2,575}{3} = 2,06$$

Schätzintervall: [182,74 ; 186,86]

$$b) 2b = \frac{2 \cdot \sigma \cdot c}{\sqrt{n}} < 3 \Rightarrow n \geq \left(\frac{2 \cdot \sigma \cdot c}{3}\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot 2,4 \cdot 2,575}{3}\right)^2 = 16,97$$

→ $n \geq 17$.